

## Übungen zur Vorlesung Formale Sprachen und Komplexität

Blatt 6

**Aufgabe 6-1 (Entscheidungsverfahren)** Geben Sie jeweils ein Verfahren an, das für gegebene reguläre Sprachen  $L$  und  $L'$  über dem Alphabet  $\Sigma$  die folgenden Probleme entscheidet. Nehmen Sie jeweils an, dass  $L$  und  $L'$  durch nichtdeterministische endliche Automaten gegeben sind.

- Wortproblem (Gegeben  $w \in \Sigma^*$ , gilt  $w \in L$ ?)
- Leerheitsproblem (Gilt  $L = \emptyset$ ?)
- Universalitätsproblem (Gilt  $L = \Sigma^*$ ?)
- Schnittproblem (Gilt  $L \cap L' = \emptyset$ ?)
- Inklusionsproblem (Gilt  $L \subseteq L'$ ?)
- Äquivalenzproblem (Gilt  $L = L'$ ?)

**Aufgabe 6-2 (Abschlusseigenschaften)** Sei  $\Sigma$  ein endliches Alphabet und sei  $s \in \Sigma$  ein Alphabetsymbol. Schreibe  $d_s: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  für die Funktion, welche aus einem gegebenen Wort das Zeichen  $s$  löscht:

$$d_s(\varepsilon) = \varepsilon, \quad d_s(wa) = \begin{cases} d_s(w) & \text{falls } s = a, \\ d_s(w)a & \text{falls } s \neq a \in \Sigma. \end{cases}$$

Zeigen Sie:

- Wenn  $L \subseteq \Sigma^*$  regulär ist, dann ist auch  $L_s = \{d_s(w) \mid w \in L\}$  regulär.
- Finden Sie eine konkrete Sprache  $L$ , die bezeugt, dass die Umkehrung nicht gilt.

*Hinweis:* Es gibt mehrere Möglichkeiten, diese Aufgabe zu lösen, z.B. mit regulären Ausdrücken oder durch eine direkte Automatenkonstruktion.

**Aufgabe 6-3 (Sprachenklassen, 4 Punkte)** Beweisen oder widerlegen Sie:

- a)  $L_1 = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$  ist kontextfrei.
- b)  $L_2 = \{a^n b^m \mid 0 \leq m \leq n\}$  ist kontextfrei.
- c)  $L_3 = \{a^n b^m a^n \mid 0 \leq 2 \cdot m \leq n\}$  ist kontextfrei.

**Aufgabe 6-4 (Chomsky-Normalform, 4 Punkte)** Gegeben sei folgende Grammatik  $G = (\{S, T, U, V\}, \{a, b, c\}, P, S)$  mit

$$\begin{aligned} P = \{ & S \rightarrow T \mid UU, \\ & T \rightarrow aTb \mid V, \\ & V \rightarrow aV \mid T \mid ab, \\ & U \rightarrow S \mid c\}. \end{aligned}$$

Geben Sie eine Grammatik  $G'$  in Chomsky-Normalform mit  $L(G) = L(G')$  an.

**Abgabe:** Sie können ihre Lösungen bis Montag, den 11.6., um 12:00 Uhr im Abgabekasten in der Theresienstraße oder über UniWorX abgeben. In UniWorX werden Dateien im `txt`-Format (reiner Text) oder im `pdf`-Format akzeptiert.