Prof. Martin Hofmann
Dr. Andreas Abel
Dr. Ulrich Schöpp

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
SS 2012

Übungen zur Vorlesung
Formale Sprachen und Komplexität

Blatt 5

Aufgabe 5-1 (Äquivalenzklassen) Geben Sie die Äquivalenzklassen der Myhill-Nerode-Relation R_L für folgende Sprachen L über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ an:

a) $L = a^* + b^*$

b) $L =$ “Wörter, die auf abb enden”.

c) $L =$ “Wörter, die auf nicht auf abb enden”.

Aufgabe 5-2 (Äquivalenzklassenautomat, 4 Punkte) Sei $L = ab^* + a^*b$ eine Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Zeigen Sie, dass die Liste $\varepsilon, a, aa^+, ab^+, (b+aa^+b), L'$ mit $L' = \overline{L} \setminus (\{\varepsilon\} + aa^+)$ eine vollständige Aufzählung der Äquivalenzklassen der Myhill-Nerode-Relation von L ist.

a) Vollständigkeit: Zeigen Sie, dass die Mengen der Liste zusammen Σ^* überdecken.

b) Disjunktheit: Geben Sie für jedes ungeordnete Paar $\{M, M'\}$ von Mengen $M \neq M'$ aus obiger Liste ein Wort z an, so dass $Mz \subseteq L$ und $M'z \subseteq \overline{L}$.

Vervollständigen Sie dazu folgende Tabelle:

		M'					
		ε	a	aa^+	ab^+	$b + aa^+b$	L'
M	ε	$\times$			ab		
	a		$\times$				
	aa^+			$\times$			
	ab^+	$\times$			$\times$		
	$b + aa^+b$					$\times$	
	L'						$\times$

c) Zeichnen Sie den Äquivalenzklassenautomat von L.

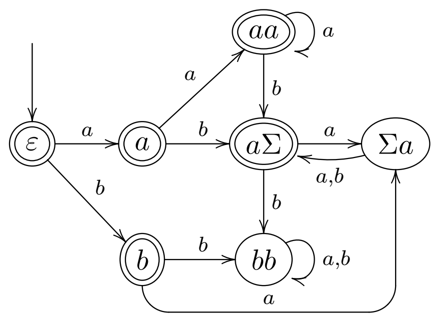
Aufgabe 5-3 (Unendlich viele Äquivalenzklassen) Beweisen Sie folgende Aussagen:

a) Seien $k, l \in \mathbb{N}$. Die Summe $2^k + 2^l$ ist eine Zweierpotenz genau dann, wenn $k = l$.

b) Die Sprache $L = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ hat unendlich viele Äquivalenzklassen.

Aufgabe 5-4 (Minimalautomat, 4 Punkte) Das Alphabet sei $\Sigma = \{a, b\}$.

a) Minimieren Sie den folgenden Automat mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren:



b) Lesen Sie aus dem Minimalautomaten die Äquivalenzklassen der erkannten Sprache ab.

Abgabe: Sie können ihre Lösungen bis **Mittwoch, den 30.5., um 10:00 Uhr** im Abgabekasten in der Theresienstraße oder über UniWorX abgeben. In UniWorX werden Dateien im `txt`-Format (reiner Text) oder im `pdf`-Format akzeptiert.