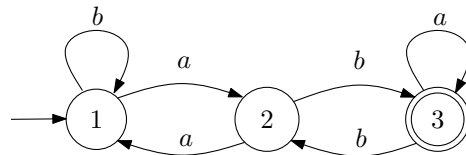


Übungen zur Vorlesung Formale Sprachen und Komplexität

Blatt 4

Aufgabe 4-1 (Reguläre Ausdrücke, 4 Punkte) Geben Sie jeweils einen nichtdeterministischen endlichen Automaten für die Sprachen der folgenden regulären Ausdrücke über dem Alphabet $\{a, b, c\}$ an: $(b^*a + a^*b)$, $b^*a(bb^*c)^*$, $(b^*a(bb^*c)^*)^*$ sowie $(b^*a + a^*b)(b^*a(bb^*c)^*)^*$.

Aufgabe 4-2 (Reguläre Ausdrücke) Geben Sie zu folgendem DEA M einen regulären Ausdruck A an, so dass $L(M) = L(A)$ gilt.



Berechnen Sie dazu die Menge $R_{1,3,3}$ nach dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren.

Aufgabe 4-3 (Reguläre Ausdrücke) Geben Sie für die beiden regulären Ausdrücke $(a + \varepsilon)(aa + b)^*a + \varepsilon$ und $(b^*a + \varepsilon)(ab^*a)^*$ je einen möglichst kleinen NEA mit gleicher Sprache an. Können Sie jeweils mit zwei Zuständen auskommen?

Aufgabe 4-4 (Pumping Lemma, 4 Punkte) Beweisen Sie mit dem Pumping-Lemma für reguläre Sprachen, dass folgende Sprachen über dem Alphabet $\{a, b, !\}$ nicht regulär sind:

a) $L_1 = \{w!w \mid w \in \{a, b\}^*\}$.

b) $L_2 = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$.

Aufgabe 4-5 (Automatenkonstruktionen)

- a) Gegeben seien zwei DEAs $M_1 = (Z_1, \Sigma, \delta_1, z_1, E_1)$ und $M_2 = (Z_2, \Sigma, \delta_2, z_2, E_2)$.

In dieser Teilaufgabe soll ein Automat mit Sprache $L(M_1) \cap L(M_2)$ konstruiert werden. Der Automat soll also genau die Wörter akzeptieren, die sowohl von M_1 als auch von M_2 akzeptiert werden.

Um zu überprüfen, ob ein Wort $w = a_1 a_2 \dots a_n$ von den beiden Automaten M_1 und M_2 akzeptiert wird, kann man die Automaten das Wort parallel abarbeiten lassen. Das heißt, man gibt beiden Automaten erst das Symbol a_1 , dann beiden das Symbol a_2 , usw. bis zum Symbol a_n . Das Wort w ist in der Sprache beider Automaten genau dann wenn am Ende beide in einem Endzustand sind. Um dieses Verfahren zu implementieren, muss man sich zu jedem Zeitpunkt nur die aktuellen Zustände der beiden Automaten merken.

Realisieren Sie das eben skizzierte Verfahren durch einen deterministischen endlichen Automaten: Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten M mit Alphabet Σ und Zustandsmenge $Z_1 \times Z_2$ an, dessen Sprache $L(M) = L(M_1) \cap L(M_2)$ ist.

Wie muss man die Konstruktion anpassen, wenn M_1 und M_2 nichtdeterministische Automaten sind und ein NEA M mit $L(M) = L(M_1) \cap L(M_2)$ gesucht ist?

- b) Sei Σ ein endliches Alphabet. Ist $w \in \Sigma^*$ ein Wort, so schreiben wir $d(w)$ für das Wort in Σ^* , in dem jeder Buchstabe in w verdoppelt wurde, d.h. es gilt $d(\varepsilon) = \varepsilon$ sowie $d(wa) = d(w)aa$ für alle $a \in \Sigma$ und alle $w \in \Sigma^*$.

Gegeben sei nun ein beliebiger nichtdeterministischer Automat $M = (Z, \Sigma, \delta, A, E)$. Konstruieren Sie einen NEA D mit Sprache $\{d(w) \mid w \in L(M)\}$. Erläutern Sie kurz Ihre Konstruktion.

Abgabe: Sie können ihre Lösungen bis Montag, den 21.5., um 12:00 Uhr im Abgabekasten in der Theresienstraße oder über UniWorX abgeben. In UniWorX werden Dateien im `txt`-Format (reiner Text) oder im `pdf`-Format akzeptiert.