

Übungen zur Vorlesung Formale Sprachen und Komplexität

Blatt 12

Aufgabe 12-1 Seien X und Y zwei Sprachen, so dass sich X auf Y reduzieren lässt, d.h. $X \leq Y$. Welche der folgenden Aussage sind dann wahr? Beweisen Sie jeweils oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

- a) Ist X entscheidbar, so ist Y entscheidbar.
- b) Ist X semi-entscheidbar, so ist Y semi-entscheidbar.
- c) Ist Y entscheidbar, so ist X entscheidbar.
- d) Ist Y semi-entscheidbar, so ist X semi-entscheidbar.
- e) $\overline{X} \leq \overline{Y}$
- f) $\overline{Y} \leq \overline{X}$

Aufgabe 12-2 Wie kann man für eine Sprache L jeweils beweisen, dass gilt:

- a) $L \in \mathbf{P}$?
- b) $L \in \mathbf{NP}$?
- c) L ist **NP**-schwer?
- d) L ist **NP**-vollständig?

Aufgabe 12-3 Zeigen Sie: Die Sprache K , die durch das spezielle Halteproblem gegeben ist, ist **NP**-schwer. Ist K auch **NP**-vollständig?

Aufgabe 12-4 Sei c eine beliebige, aber feste, natürliche Zahl. Schreiben Sie ein LOOP-Programm, welches die Funktion $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $f(x) = x \bmod c$ berechnet. Versuchen Sie nur eine einzige loop-Schleife zu verwenden.

Aufgabe 12-5 Was ist der höchste Chomsky-Typ der Sprache $L = \{a^n b^m c^n d^m \mid m, n \geq 0\}$? Beweisen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 12-6 Sei $L = \{a^m b^n a^n \mid m \geq 1, n \geq 0\}$.

- a) Zeigen Sie, dass L kontextfrei ist.
- b) Zeigen Sie mit dem Pumping Lemma für reguläre Sprachen, dass L nicht regulär ist.
- c) Zeigen Sie mit dem Satz von Myhill-Nerode, dass L nicht regulär ist.

Aufgabe 12-7 Sei $\Sigma = \{0, 1\}$ und $n \geq 0$.

- a) Zeigen Sie, dass es einen NEA mit $n + 2$ Zuständen für die Sprache $L = \Sigma^* 0 \Sigma^n$ gibt.
- b) Zeigen Sie, dass jeder DEA mit Sprache L mindestens 2^n Zustände haben muss.

Hinweis: Betrachten Sie die Äquivalenzklassen der Myhill-Nerode-Relation R_L und zeigen Sie, dass die Äquivalenzklassen von $000 \dots 000$, $000 \dots 001$, $000 \dots 010$, $000 \dots 011$, usw. bis $111 \dots 111$ paarweise verschieden sind.

Aufgabe 12-8 Gegeben seien reguläre Ausdrücke $r = a^* b (a + b)^*$ und $s = (a + b)^* b b$. Geben Sie für die Sprache $L = L(r) \cap L(s)$ einen DEA, einen NEA, einen regulären Ausdruck sowie eine Typ-3 Grammatik an.