

1. Übung zur Vorlesung  
Programmierung und Modellierung

**A1-1 Kartesisches Produkt**

- a) Was sind die Elemente des Produkt  $\{1, 2\} \times \{3, 4\}$ ?
- b) Was sind die Elemente des Produkt  $\{1, 2\} \times \{3, 4, 5\}$ ?
- c) Sei  $A$  eine Menge mit  $n$  Elementen. Wie viele Elemente gibt es in  $A \times \{27, 69\}$ ?
- d) Was sind die Elemente des Produkt  $(\{1, 2\} \times \{3, 4\}) \times \{5, 6\}$ ?
- e) Was sind die Elemente des Produkt  $\{1, 2\} \times (\{3, 4\} \times \{5, 6\})$ ?

**A1-2 Definitionsbereich** Geben Sie jeweils den Definitionsbereich der folgenden Funktionen an:

a)  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad f(x) = x^2$

b)  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = \begin{cases} x^3 - 4x + 11 & \text{falls } x > 1 \\ x^2 + 10x - 7 & \text{falls } x < 1 \end{cases}$

c)  $\text{pos} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \text{pos}(x) = \begin{cases} x & \text{falls } x > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

d)  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = \frac{1}{\text{pos}(x^2-4)}$

e)  $a : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad a(x, y) = \frac{y^2}{x+1}$

f)  $b : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \quad b(x, y) = \begin{cases} (g(y), a(y, x)) & \text{falls } y \geq -1 \\ (-16, 1) & \text{sonst} \end{cases}$

### H1-1 *Umgang mit SML* (0 Punkte) (Keine Abgabe)

Führen Sie das folgende SML-Programm aus:

```
print "Hello World!\n";
fun multiplikation (a,b) =
  a * b;
multiplikation (2,4);
```

Setzen Sie sich dazu entweder an einen Rechner im CIP-Pool oder installieren Sie einen SML-Interpreter auf Ihren eigenen Computer. Schreiben Sie dann das oben angegebene Programm in eine Datei mit der Endung `.sml` und rufen Sie damit Ihren SML-Interpreter auf. Welche Ausgaben sehen Sie? Was passiert wenn Sie im Prompt `“multiplikation(~1,7);”` eintippen?

**Hinweise:** In der Vorlesung wird das am Institut für Informatik etablierte “Standard ML of New Jersey” (SML/NJ) verwendet. Wir gehen daher davon aus, das Sie ebenfalls SML/NJ verwenden. SML/NJ ist leider nicht sehr komfortabel zu bedienen, das Erlernete läßt sich jedoch leicht auf andere Implementation oder funktionale Sprachen übertragen. Falls Sie auf eigenes Risiko eine andere ML-Implementation verwenden, müssen Sie dennoch darauf achten, dass Ihre als Hausaufgaben abgegebenen Programme mit SML/NJ ausführbar sind.

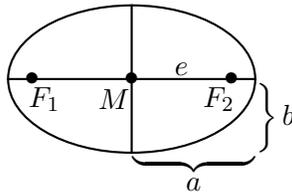
Die wichtigsten Dinge im Umgang mit SML/NJ sind:

- Jede Eingabe muss mit einem Semikolon abgeschlossen sein! Eingaben können auch über mehrere Zeilen verteilt werden, das Prompt ändert sich dann in ein Gleichheitszeichen, welches anzeigt, dass die Eingabe noch nicht durch ein Semikolon abgeschlossen wurde.
- Innerhalb des Interpreters Sie können eine SML-Datei mit dem Befehl `use "datei.sml";` laden und ausführen.
- Den SML/NJ-Interpreter verlassen Sie durch die Tastenkombination Strg-D.
- SML/NJ kann etwas komfortabler gemacht werden durch:
  - Verwendung von `rlwrap sml`, siehe <http://freshmeat.net/projects/rlwrap/>.
  - Ausführung innerhalb des Editors `emacs`, siehe [www.gnu.org/software/emacs/](http://www.gnu.org/software/emacs/).
  - Ausführung innerhalb der Entwicklungsumgebung Eclipse unter Verwendung des Plugins `ML-Dev`, siehe <http://www.cs.unc.edu/~narain/projects/mldev/>. Das Plugin wird leider nicht mehr gepflegt, funktioniert aber noch mit einem aktuellen Eclipse.

**H1-2 Funktionen (0 Punkte)** (Geben Sie alle .sml-Dateien Ihrer Lösung ab)

Eine Ellipse um einen Mittelpunkt  $M$  ist gegeben durch ihre große Halbachse  $a$  und ihre kleine Halbachse  $b$ . Auf der großen Achse liegen die beiden Brennpunkte  $F_1, F_2$  der Ellipse. Den Abstand  $e$  dieser Brennpunkte vom Mittelpunkt nennt man die Exzentrizität der Ellipse.

Die Exzentrizität hat einen Wert zwischen 0 und  $a$  und ist ein Maß dafür, wie „länglich“ die Ellipse ist. Die Exzentrizität hat den Wert 0 im Fall  $a = b$ , wenn also die Ellipse zu einem Kreis mit Radius  $a$  entartet. Die Exzentrizität hat den Wert  $a$  im Fall  $b = 0$ , wenn also die Ellipse zu einer Strecke der Länge  $2a$  entartet.



Ellipse mit Halbachsen  $a$  und  $b$  mit  $a \geq b \geq 0$

Flächeninhalt:  $\pi ab$

Exzentrizität:  $\sqrt{a^2 - b^2}$

Umfang:  $\pi \left( \frac{3}{2}(a + b) - \sqrt{ab} \right)$

In der obigen Tabelle sind die Formeln zur Berechnung von Flächeninhalt, Exzentrizität und Umfang angegeben. (Die Formel für den Umfang liefert nur einen — allerdings ziemlich genauen — Näherungswert, weil der exakte mathematische Wert durch eine unendliche Reihe gegeben ist, also als Grenzwert einer Summe mit unendlich vielen Summanden.)

Schreiben Sie eine Datei `ellipse.sml`, welche die drei Funktion `flaecheninhalt (a,b)`, `exzentrizitaet (a,b)` und `umfang (a,b)` definiert, so dass diese Werte gemäß der obigen Formeln berechnen! Sie brauchen nicht zu überprüfen, dass die Bedingung  $a \geq b \geq 0$  tatsächlich eingehalten wird.

Da in der Vorlesung am 2.5. Funktionsdefinition in SML noch nicht vollständig behandelt wurden, geben wir Ihnen als Beispiel die Implementation einer Funktion vor, welche den Flächeninhalt eines Kreises berechnet:

```
fun kreisflaeche (a) = Math.pi * a * a;
```

**Hinweise:** Die SML-Struktur `Math` enthält trigonometrische und logarithmische Funktionen und andere mathematische Hilfsmittel. Die Variable `Math.pi` hat den Wert  $\pi$ . Die Funktion `Math.sqrt` erwartet ein Argument vom Typ `real` und berechnet dessen Quadratwurzel (der Name `sqrt` ist die Abkürzung der englischen Bezeichnung *square root* für Quadratwurzel).

**Abgabe:** Sie können ihre Lösungen bis Freitag, den 13.05.2011, 8:00 Uhr mit Eliza abgeben: Eliza finden Sie unter der URL <http://eliza.ifi.lmu.de/ProMoSS11>. Das Eliza System gibt Ihnen direkt nach der Eingabe Ihrer Lösung eine Rückmeldung. Sie können vor Ablauf der Abgabefrist noch verbesserte Versionen einreichen. Vorherige Abgaben verbleiben zwar im System, werden aber von uns nicht beachtet, d.h. die Abgabe zu jeder Aufgabe sollte immer vollständig sein. Auf die Hausaufgaben dieses ersten Übungsblattes gibt es noch keine Punkte, die Abgabe ist freiwillig.