

Formale Sprachen und Komplexität

Blatt 1

Allgemeine Hinweise zum Übungsbetrieb: Es wird wöchentlich ein Übungsblatt ausgegeben (jeweils donnerstags), welches innerhalb einer Woche zu bearbeiten ist. Die Lösungen können abgegeben werden in Papierform in einem Abgabekasten in der Theresienstraße 39 (erster Stock, Aufschrift „Formale Sprachen und Komplexität“) oder elektronisch über UniWorX.

Ausgewählte Aufgaben sind mit einer Punktzahl gekennzeichnet. Durch Lösung solcher Aufgaben kann ein Bonus auf die Klausurnote erworben werden. Ab 50% der Punkte beträgt der Notenbonus 0,3, ab 75% dann 0,7. Aufgaben, die mit Punkten gekennzeichnet sind und deshalb zum Notenbonus zählen, müssen *allein* bearbeitet werden.

Die Lösungen der Übungsblätter werden in den Übungen in der Woche nach der Abgabe besprochen.

Aufgabe 1-1. Gegeben sei die Grammatik $G = (\{S, N\}, \{a, b\}, P, S)$ mit

$$\begin{aligned} P &= \{S \rightarrow NNSa \mid \varepsilon, \\ &N \rightarrow b, \\ &Na \rightarrow aN\}. \end{aligned}$$

Sei $w = bbabab$. Beweisen Sie $w \in L(G)$, indem Sie eine Ableitung $S \Rightarrow \dots \Rightarrow w$ angeben.

Aufgabe 1-2. (3 Punkte) Zeichnen Sie *zwei verschiedene* Ableitungsbäume für das Wort $(12 + 0) * (76 + 14 * 2)$ bezüglich der Grammatik

$$G = (\{Exp, Ziffer, Zahl\}, \{0, 1, \dots, 9, (,), *, +\}, P, Exp),$$

in der die Menge P aus folgenden Produktionen besteht:

$$\begin{aligned} Exp &\rightarrow Exp + Exp \mid Exp * Exp \mid (Exp) \mid Zahl \\ Zahl &\rightarrow Ziffer \mid Ziffer Zahl \\ Ziffer &\rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \end{aligned}$$

Aufgabe 1-3. Welche der folgenden Gleichungen sind für beliebige Sprachen X , Y und Z über dem Alphabet $\{a, b\}$ gültig?

- a) $X(Y \cup Z) = XY \cup XZ$
- b) $X^* \cup Y^* = (X \cup Y)^*$
- c) $X^* \cdot X^+ = X^+$
- d.)* $X(Y \cap Z) = XY \cap XZ$

Hinweis: Es könnte hilfreich sein, die Sprachen $\{a, aa\}$, $\{ab\}$, $\{ba, b\}$ als Beispiele zu betrachten.

Aufgabe 1-4. (3 Punkte) Was ist der höchste Typ der folgenden Grammatiken in der Chomsky-Hierarchie? Beschreiben Sie die von den Grammatiken erkannten Sprachen.

a) $G_1 = (\{S, T, U\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$, wobei

$$P = \{S \rightarrow T \mid U, \\ T \rightarrow aTb \mid c, \\ U \rightarrow bUa \mid d\}.$$

b) $G_2 = (\{S, G, U\}, \{a, b\}, P, S)$, wobei

$$P = \{S \rightarrow G, \\ G \rightarrow \varepsilon \mid bG \mid aU, \\ U \rightarrow bU \mid aG\}.$$

Hinweis: Was können Sie über die Anzahl der as und bs in den Wörtern in $L(G_2)$ aussagen?

c) $G_3 = (\{S, N\}, \{a, b\}, P, S)$, wobei

$$P = \{S \rightarrow NaNa \mid \varepsilon, \\ N \rightarrow b, \\ Na \rightarrow aN\}.$$

Aufgabe 1-5.

a) Gegeben sei eine vereinfachte Form des JSON-Datenformats. Ein für dieses Format gültiger Text ist ein sogenanntes Objekt. Objekte sind Texte folgender Form für beliebiges $n \in \mathbb{N}$.

$$\{ \text{key}_1 : \text{value}_1, \\ \text{key}_2 : \text{value}_2, \\ \dots \\ \text{key}_n : \text{value}_n \}$$

Darin steht jedes key_i für einen String, d.h. einen Text der Form "Dies ist ein String". Jedes value_i ist entweder ebenfalls ein solcher String oder wieder ein Objekt.

Ein gültiger Text in diesem Datenformat wäre zum Beispiel:

$$\{ \text{"Name"} : \text{"Franz Bierbichler"}, \\ \text{"Punkte"} : \{ \text{"Blatt 1"} : \text{"3"}, \text{"Blatt 2"} : \text{"nicht abgegeben"} \}, \\ \text{"Semester"} : \text{"3"} \}$$

Geben Sie eine Grammatik für diese einfache Variante von JSON an.

b) Geben Sie eine Grammatik für die Sprache $\{a^{n+m}c^mb^n \mid m, n \in \mathbb{N}\}$ an.

c) Gegeben seien beliebige Grammatiken $G_1 = (V_1, \{a, b\}, P_1, S_1)$ und $G_2 = (V_2, \{a, b\}, P_2, S_2)$ mit Alphabet $\{a, b\}$. Geben Sie eine Grammatik G an, so dass $L(G) = aL(G_1) \cup bL(G_2)$ gilt.

Abgabe: Sie können ihre Lösungen bis Freitag, den 13.05., um 11:55 Uhr im Abgabekasten in der Theresienstraße oder über UniWorX abgeben. In UniWorX werden Dateien im `txt`-Format (reiner Text) oder im `pdf`-Format akzeptiert.