Prof. Martin Hofmann
Dr. Ulrich Schöpp

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
17. Juni 2011

Formale Sprachen und Komplexität

Blatt 7

Aufgabe 7-1. (3 Punkte) Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die Sprache $L = \{wcw \mid w \in \{a,b\}^*\}$ über dem Alphabet $\{a,b,c\}$ nicht kontextfrei ist. Diese Sprache enthält zum Beispiel die Wörter $aacaa$, $bacba$ sowie $a^n b^n c a^n b^n$ für $n \in \mathbb{N}$, nicht aber $abca$ oder ccc.

Aufgabe 7-2. Wandeln Sie den folgenden Kellerautomaten M mit dem Verfahren aus der Vorlesung in eine Typ-2-Grammatik um: $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#)$ mit $Z = \{z_0\}$, $\Sigma = \{a,b\}$, $\Gamma = \{P, M, \#\}$ sowie:

$$\begin{array}{lll} \delta(z_0, a, \#) = \{(z_0, P\#)\} & \delta(z_0, a, P) = \{(z_0, PP)\} & \delta(z_0, a, M) = \{(z_0, \varepsilon)\} \\ \delta(z_0, b, \#) = \{(z_0, M\#)\} & \delta(z_0, b, P) = \{(z_0, \varepsilon)\} & \delta(z_0, b, M) = \{(z_0, MM)\} \\ \delta(z_0, \varepsilon, \#) = \{(z_0, \varepsilon)\} & \delta(z_0, \varepsilon, P) = \{(z_0, \varepsilon)\} & \delta(z_0, \varepsilon, M) = \emptyset \end{array}$$

Aufgabe 7-3. (3 Punkte) Gegeben sei eine Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{a,b\}$. Sie kennen diese Sprache nicht, wissen aber, dass ihre Myhill-Nerode-Relation R_L vier Äquivalenzklassen K_1, K_2, K_3 und K_4 hat und dass die folgenden fünf Mengeninklusionen gelten:

$$\begin{array}{rrr} \{b, ba, ab, aab\} \subseteq K_1 & \{a, abba\} \subseteq K_3 & L \subseteq K_3 \\ \{\varepsilon, aaa, bb\} \subseteq K_2 & \{aa, bbaa\} \subseteq K_4 & \end{array}$$

a) Geben Sie einen minimalen DEA für die Sprache L an.

b) Geben Sie einen regulären Ausdruck für K_2 an.

Aufgabe 7-4. Gegeben sei eine Turing-Machine $M = (\{z_0, z_1, z_2, z_e\}, \{0,1\}, \{0,1,\Box\}, \delta, z_0, \Box, \{z_e\})$, welche eine Eingabe als Binärzahl interpretiert und dann 1 zu dieser Zahl addiert:

$$\begin{array}{lll} \delta(z_0, 0) = (z_0, 0, R) & \delta(z_1, 0) = (z_2, 1, L) & \delta(z_2, 0) = (z_2, 0, L) \\ \delta(z_0, 1) = (z_0, 1, R) & \delta(z_1, 1) = (z_1, 0, L) & \delta(z_2, 1) = (z_2, 1, L) \\ \delta(z_0, \Box) = (z_1, \Box, L) & \delta(z_1, \Box) = (z_e, 1, N) & \delta(z_2, \Box) = (z_e, \Box, R) \end{array}$$

a) Geben Sie einen Lauf der Maschine M an, der mit der Konfiguration $z_0 1011$ beginnt und an dessen Ende ein Endzustand z_e erreicht ist. Anzugeben ist also eine Folge von Konfigurationen $z_0 1011 \vdash K_1 \vdash K_2 \vdash \cdots \vdash K_n$, so dass der Zustand in K_n gerade z_e ist.

b) Geben Sie eine Turing-Maschine an, welche ihre Eingabe analog zu M als Binärzahl interpretiert, die jedoch 3 statt 1 addiert. Startet man die Maschine zum Beispiel mit dem Bandinhalt 101, so sollte am Ende 1000 auf dem Band stehen (von Leerzeichen $\Box$ abgesehen).

Hinweis: Es bietet sich an, die Maschine M als Ausgangspunkt zu benutzen.

Abgabe: Sie können ihre Lösungen bis Freitag, den 24.06., um 18:00 Uhr im Abgabekasten in der Theresienstraße oder über UniWorX abgeben. In UniWorX werden Dateien im `txt`-Format (reiner Text) oder im `pdf`-Format akzeptiert.