Prof. Martin Hofmann
Dr. Ulrich Schöpp

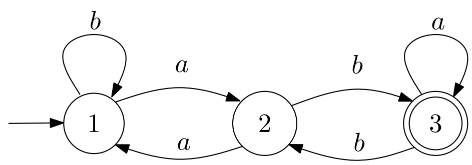
Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
19. Mai 2011

Formale Sprachen und Komplexität

Blatt 3

Aufgabe 3-1. (3 Punkte) Geben Sie einen NEA an, der die Sprache des regulären Ausdrucks $((aa)^* + a(a+b)^*b)^*$ akzeptiert.

Aufgabe 3-2. Geben Sie zu folgendem DEA M einen regulären Ausdruck A an, so dass $L(M) = L(A)$ gilt.

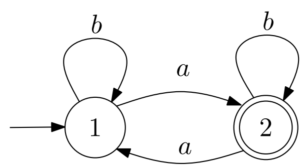


Berechnen Sie dazu die Menge $R(1,3,3)$ nach dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren.

Aufgabe 3-3. In dieser Aufgabe betrachten wir eine alternative Methode zur Bestimmung eines regulären Ausdrucks für die Sprache eines DEA.

a) Sei $M = (Z, \Sigma, \delta, z_0, E)$ ein gegebener DEA. Für jeden Zustand $z \in Z$ definieren wir X_z als die Sprache des Automaten $(Z, \Sigma, \delta, z, E)$, in dem z zum Startzustand gemacht wird. Insbesondere ist X_{z_0} gerade die Sprache des Automaten M.

Nun kann man ausgehend vom Automaten M ein Gleichungssystem für diese Sprachen X_z angeben. Das Gleichungssystem für den Automaten

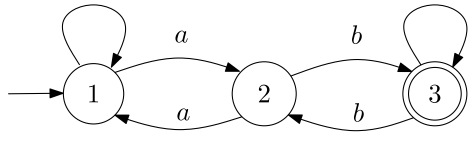


ist zum Beispiel:

$$X_1 = bX_1 + aX_2$$
$$X_2 = bX_2 + aX_1 + \varepsilon$$

In diesem Gleichungssystem gibt es genau eine Gleichung für jede der Sprachen X_z. Neben den X_z kommen nur einelementige Sprachen vor, die Terminalsymbole oder das leere Wort ε enthalten. In der Gleichung für X_2 taucht ε auf, da es sich bei 2 um einen Endzustand handelt.

Geben Sie analog ein Gleichungssystem für den folgenden Automaten an:



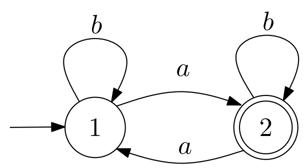
Können Sie ein Gleichungssystem für einen beliebigen Automaten angeben?

b) Durch Lösen des Gleichungssystems eines Automaten ist es nun möglich, einen regulären Ausdruck für dessen Sprache zu finden.

Für die Lösung des Gleichungssystems ist das Ardensche Lemma nützlich: Das Ardensche Lemma besagt, dass die Sprachgleichung $X = AX + B$ für beliebige Sprachen A und B mit $\varepsilon \notin A$ eine eindeutige Lösung für X hat, nämlich $X = A^*B$.

Mit diesem Lemma kann man das obigen Gleichungssystem folgendermaßen lösen. Nach dem Ardenschen Lemma hat die erste Gleichung genau eine Lösung, nämlich $X_1 = b^*aX_2$. Durch Einsetzen in die zweite Gleichung wird diese zu $X_2 = bX_2 + ab^*aX_2 + \varepsilon$. Durch Ausklammern von X_2 wird die Gleichung dann zu $X_2 = (b + ab^*a)X_2 + \varepsilon$. Nach dem Ardenschen Lemma hat diese Gleichung eine eindeutige Lösung, nämlich $X_2 = (b + ab^*a)^*\varepsilon$.

Wir haben somit Lösungen für die beiden Sprachen X_1 und X_2 gefunden: $X_1 = b^*a(b+ab^*a)^*$ und $X_2 = (b+ab^*a)^*$. Insbesondere haben wir damit gezeigt, dass $b^*a(b+ab^*a)^*$ ein regulärer Ausdruck für die Sprache des Automaten



ist.

Bestimmen Sie analog eine Lösung Ihres Gleichungssystems für den anderen Automaten aus Aufgabenteil a) und bestimmen Sie damit einen regulären Ausdruck für dessen Sprache.

Abgabe: Sie können ihre Lösungen bis Freitag, den 27.05., um 11:55 Uhr im Abgabekasten in der Theresienstraße oder über UniWorX abgeben. In UniWorX werden Dateien im `txt`-Format (reiner Text) oder im `pdf`-Format akzeptiert.