

Übungen zur Vorlesung
Semantik von Programmiersprachen

Blatt 8

Aufgabe P-1 (Triviales Modell): Geben Sie ein triviales Umgebungsmodell an, in dem jeder Term auf dasselbe Element abgebildet wird.

Aufgabe P-2 (Verschiedenheit): Sei o ein Grundtyp und $A = o \rightarrow o$. Zeigen Sie, dass die Gleichung $\vdash \lambda f:A.\lambda x:o. f x = \lambda f:A.\lambda x:o. f (f x) : A \rightarrow A$ nicht herleitbar ist.

Aufgabe P-3 (Multiplikationsstruktur): Zeigen Sie: Die extensionale applikative Struktur gegeben durch $\llbracket A \rrbracket = \mathbb{R}$ für alle $A \in \mathbf{Ty}$ und $\mathbf{App}^{A,B}(f, a) = f \cdot a$ kann nicht zu einem Umgebungsmodell erweitert werden.

Aufgabe H-1 (Relevanter Teil der Belegung): Gegeben sei ein extensionales Umgebungsmodell, ein Term t mit $\Gamma \vdash t : A$ und $\Gamma' \vdash t : A$ und Umgebungen $\rho \in \llbracket \Gamma \rrbracket$ und $\rho' \in \llbracket \Gamma' \rrbracket$ mit $\rho(x) = \rho'(x)$ für alle $x \in \mathbf{FV}(t)$. Zeigen Sie, dass $\llbracket \Gamma \vdash t : A \rrbracket_\rho = \llbracket \Gamma' \vdash t : A \rrbracket_{\rho'}$.

Vergewissern Sie sich, dass ihr Beweis auch für ein nur semi-extensionales Umgebungsmodell durchläuft.

Aufgabe H-2 (Semiextensionalität): Zeigen Sie: In einem semi-extensionalen Umgebungsmodell gilt das Substitutionslemma: $\llbracket \Gamma \vdash t[s/x] : B \rrbracket_\rho = \llbracket \Gamma, x:A \vdash t : B \rrbracket_{\rho[x \mapsto \llbracket \Gamma \vdash s : A \rrbracket_\rho]}$. Dabei dürfen Sie Vertauschung und Abschwächung/Verstärkung (bzw. die vorige Aufgabe) voraussetzen.

Abgabe: Vor der Vorlesung am 16.6.