

Übungen zur Vorlesung  
Semantik von Programmiersprachen  
Blatt 7

**Aufgabe H-1 (Multiplikation auf Church-Ziffern):** Definieren Sie einen Term  $\text{mult}$ , so dass  $\text{mult } \underline{n} \ \underline{m} =_{\beta} \underline{n \cdot m}$  für alle  $n, m \in \mathbb{N}$ .

**Aufgabe H-2 (Ein *hack*: Exponentiation auf Church-Ziffern):** Zeigen Sie für alle  $n, m \in \mathbb{N}$  und  $f \in \Lambda$ :  $\underline{n} \ \underline{m} (\lambda x. f x) =_{\beta} \underline{m^n} (\lambda x. f x)$ . (Applikation = Exponentiation.)

**Aufgabe H-3 (Typisierung):** Finden Sie, falls existent, einfache Typen für die Terme

- $K := \lambda xy. x$ ,
- $\lambda x. x K$ ,
- $S := \lambda xyz. (x z) (y z)$ ,
- $\lambda xy. x (x y)$ ,
- $\lambda xy. x (y x)$ ,
- $\lambda x. x (\lambda y. x y)$ ,
- $\lambda xy. xy (y x)$ .

**Aufgabe H-4 (Typisierbarkeit von Teiltermen):** Ein Term  $t$  heißt typisierbar, wenn es einen Kontext  $\Gamma$  und einen Term  $A$  gibt, so dass  $\Gamma \vdash t : A$ . Zeigen Sie:

1. Jeder Teilterm eines typisierbaren Terms ist wieder typisierbar.
2. Ist  $t$  typisierbar, dann auch  $\lambda x t$ .
3. Sind  $r$  und  $s$  typisierbar, dann nicht unbedingt auch  $r s$ .

**Abgabe:** Vor der Vorlesung am 9.6.