Institut für Informatik der Universität München Prof. M. Hofmann

SS 10

22. Juni 2010

Hausaufgaben zur Vorlesung **Automatentheorie**

Blatt 2

Ausgegeben am 22.06.10

Abgabe bis spätestens Dienstag 06.07.10 10:15

Die Aufgaben sind alleine und selbstständig zuhause zu bearbeiten.

Offensichtliches Plagiat führt zur Versagung des Übungsscheines.

Aufgabe 5:

- Beweisen Sie das Pumping-Lemma für stern-freie Sprachen: Ist L stern-frei, dann gibt es ein $n \in \mathbb{N}$ so dass für alle Wörter $x, w, y \in \Sigma^+$ gilt: $xw^ny \in L$ gdw. $xw^{n+1}y \in L$. Hinweis: Geben Sie eine Gewinnstrategie für D auf den beiden Wörtern an.
- Benutzen Sie das Pumping-Lemma, um zu zeigen, dass die Sprache aller Wörter, die an jeder dritten Position ein a haben, nicht stern-frei ist.

Aufgabe 6: Das Mischprodukt zweier ω-Sprachen L_1 und L_2 ist definiert als

$$L_1 \bowtie L_2 \;\; := \bigcup_{w_1 \in L_1, w_2 \in L_2} w_1 \bowtie w_2$$

wobei $w \bowtie v$ die Menge aller Wörter ist, die man durch beliebiges "Verzahnen" von w und v erhält, vgl. 1. Übungsblatt. Formell bedeutet dies für $a, b \in \Sigma$, $w, v \in \Sigma^\omega$, dass $aw \bowtie bv$ die größte Teilmenge von Σ^ω ist, für die gilt:

$$aw \bowtie bv \;\; = \;\; \{a\}(w \bowtie bv) \cup \{b\}(aw \bowtie v)$$

a) Zeigen Sie: Wenn L_1 und L_2 Büchi-erkennbar sind, dann auch $L_1 \bowtie L_2$.

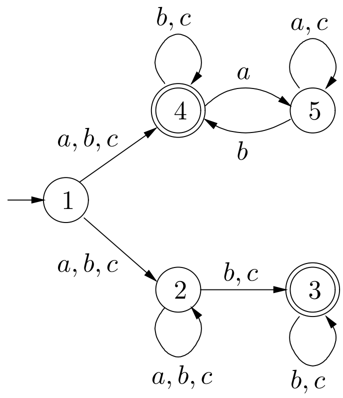
b) Sei das faire Mischprodukt $w \bowtie_f v$ definiert als $(w \bowtie v) \setminus \{$ diejenigen Wörter, die nicht durch echtes Mischen entstanden sind $\}$. Bsp: $a^\omega \in (a^\omega \bowtie a^*ba^\omega) \setminus (a^\omega \bowtie_f a^*ba^\omega)$.

Sind die Büchi-erkennbaren Sprachen unter $\bowtie_f$ abgeschlossen? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 7: Sei $L := \{w \in \{a,b\}^\omega \mid |w|_b = \infty\}$. Berechnen Sie mithilfe des Satzes über den Komplementabschluss der Büchi-erkennbaren Sprachen einen ω-regulären Ausdruck α für $\bar{L}$.

Hinweis: Konstruieren Sie einen minimalen und totalen NBA für L. Dazu sind nur zwei Zustände nötig. Berechnen Sie für alle Zustände p, q die regulären Sprachen $L_{p,q}$ und $L^f_{p,q}$ jeweils ohne ε. Seien dies $X_1, \ldots, X_n$. Bevor Sie die 2^n Sprachen der Form $\{X_1, \overline{X_1}\} \cap \ldots \cap \{X_n, \overline{X_n}\}$ berechnen, überlegen Sie sich, für welche i und j bereits $X_i \cap X_j = \emptyset$ bzw. $X_i \subseteq X_j$ gilt.

Aufgabe 8: Sei $\mathcal{A}$ der folgende NBA.



Geben Sie den Lauf des deterministischen Muller-Automaten $\mathcal{A}'$, der mittels der Safra-Konstruktion aus $\mathcal{A}$ entsteht, auf dem Wort $cabaab(bac)^\omega$ an. Welche Menge von Safra-Bäumen muss als Endzustandsmenge gewählt werden?