Institut für Informatik
der Universität München
Prof. M. Hofmann

SS 10

26. Mai 2010

Hausaufgaben zur Vorlesung
Automatentheorie

Blatt 1

Ausgegeben am 26.05.10

Abgabe bis spaetestens Dienstag 08.06.10 10:15

Aufgabe 1: Das Shuffle-Produkt zweier Sprachen $L_1, L_2 \subseteq \Sigma$ ist definiert durch

$$L_1 \bowtie L_2 = \{u_1 v_1 u_2 v_2 \ldots u_k v_k \mid k \in \mathbb{N}, u_1 u_2 \ldots u_k \in L_1, v_1 v_2 \ldots v_k \in L_2\}$$

Vorsicht: Es heißt nicht $u_1, u_2, \ldots, u_k \in L_1$.

Intuitiv enthält also $L_1 \bowtie L_2$ alle Wörter, die man durch Mischen eines Wortes $u \in L_1$ und eines Wortes $v \in L_2$ erhält, wobei "Mischen" bedeutet, dass die Wörter ordnungserhaltend miteinander verzahnt werden.

Zeigen Sie durch Konstruktion eines NFA, dass $L_1 \bowtie L_2$ regulär ist, sofern L_1 und L_2 regulär sind. Hinweis: "Produktautomat".

Aufgabe 2: Für ein Wort $w = a_0 a_1 a_2 \ldots a_{n-1}$ und $i, j \in \mathbb{N}$ bezeichne $w(i, j)$ das Wort $a_i a_{i+1} \ldots a_{j-1}$. Falls $j \leq i$, so ist $w(i, j) = \varepsilon$.

Ordnen Sie durch Induktion über reguläre Ausdrücke jedem regulären Ausdruck α eine wMSO-Formel $\phi_\alpha(x, y)$ mit zwei erststufigen freien Variablen x, y (und den zweitstufigen Variablen P_a für $a \in \Sigma$) zu, sodass für alle $w \in \Sigma^*$ gilt: $w(i, j) \in L(\alpha)$ gdw. $w \models \phi(i, j)$. Formal also:

$$w(i, j) \in L(\alpha) \Leftrightarrow I_w[x \mapsto i, y \mapsto j] \models \phi(x, y)$$

Aufgabe 3: 4 Personen stehen nachts an einem Ufer eines Flusses, über den eine dunkle Brücke führt. Sie haben nur eine Taschenlampe. Es können immer nur höchstens 2 Personen gleichzeitig über die Brücke gehen. Am Ufer kann man im Dunklen warten, aber über die Brücke kann man nur mit der Taschenlampe gehen. Person A braucht für die Überquerung 5 min, Person B 10 min, Person C 20 min und Person D 25 min. Die Batterie der Taschenlampe hält nur 60 min. Lassen Sie sich von Mona eine Möglichkeit berechnen, alle vier Personen auf die andere Seite des Flusses zu bringen.

Aufgabe 4: Auf einem Schachbrett der Grösse $n \times n$ sollen n Damen so plaziert werden, dass niemals zwei Damen in einer Zeile, einer Spalte oder einer

Diagonale stehen. Schreiben Sie ein Mona-Programm, welches eine Konstante n definiert und eine Lösung für das n-Damen-Problem berechnet.

Hinweis: Solch ein Schachbrett läßt sich als Wort der Länge $(n+1)^2+1$ modellieren: Jede Zeile erhält eine zusätzliche Markierung am Ende, die erste Zeile zusätzlich am Anfang.

Definieren Sie sich dann Prädikate, die besagen, dass

- zwei Positionen genau die Distanz n, bzw. $n+1$, $n-1$ haben,
- eine Menge eine Zeile, Spalte oder Diagonale auf dem Schachbrett bildet.