Institut für Informatik
der Universität München
Dr. J. Johannsen

WS 2017/18

25. Januar 2018

Übungen zur Vorlesung
Komplexitätstheorie

Blatt 5

Aufgabe P-13: Die Funktion parity : $\{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ ist definiert durch:

$$\mathsf{parity}(x, y) = \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} y_i \bmod 2 \,.$$

Bestimmen Sie $cc(\mathsf{parity})$.

Aufgabe P-14: Sei die Funktion $f : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \to \{0, \ldots, n\}$ definiert durch:

$$f(x, y) = \#\{i\,;\, x_i = y_i = 1\}$$

Zeigen Sie, dass $cc(f) \geq n$ ist.

Aufgabe P-15: Die Funktion med : $2^{\{1,\ldots,n\}} \times 2^{\{1,\ldots,n\}} \to \{1, \ldots, n\}$ ist definiert durch: $\mathsf{med}(x, y)$ ist der Median der Multimenge $x \cup y$.

In der Vorlesung wurde gezeigt: $cc(\mathsf{med}) \leq O(\log^2 n)$. Zeigen Sie, dass gilt: $cc(\mathsf{med}) \leq O(\log n)$.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-8: Die Funktion GT : $\{0, \ldots, 2^n - 1\} \times \{0, \ldots, 2^n - 1\} \to \{0,1\}$ ist definiert durch:

$$\mathsf{GT}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x > y \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass gilt: $cc(\mathsf{GT}) = n + 1$.

Aufgabe H-9: Die Funktion Disj : $2^{\{1,\ldots,n\}} \times 2^{\{1,\ldots,n\}} \to \{0,1\}$ ist definiert durch:

$$\mathsf{Disj}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \cap y = \emptyset \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass für jedes bzgl. Disj 1-einfarbige Rechteck R gilt: $|R| \leq 2^n$.

Abgabe der Hausaufgaben bis zum 08.02.2018 über UniWorx.