Institut für Informatik
der Universität München
Dr. J. Johannsen

WS 2017/18

12. Dezember 2017

Übungen zur Vorlesung
Komplexitätstheorie

Blatt 3

Aufgabe P-7: Zeigen Sie, dass die Polynomielle Hierarchie PH kollabiert, falls es ein Problem A gibt, das vollständig für PH ist.

Aufgabe P-8: Zeigen Sie: falls $A \in \mathsf{NP} \cap \text{co-}\mathsf{NP}$ ist, dann ist $\mathsf{NP}^A = \mathsf{NP}$.

Aufgabe P-9: Die Klasse DP ist definiert als die Menge aller Sprachen L, derart dass es $L_1 \in \mathsf{NP}$ und $L_2 \in \text{co-}\mathsf{NP}$ gibt mit $L = L_1 \cap L_2$.

Betrachten Sie das folgende Problem Exact Independent Set:

Gegeben: Graph $G = (V, E)$, Zahl $k \in \mathbb{N}$
Frage: Ist k die maximale Größe einer unabhängigen Menge in G ?

Zeigen Sie, dass Exact Independent Set vollständig für DP ist.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-5: Die Relation $\leq_T$ zwischen Problemen, genannt *Turing-Reduktion*, ist definiert durch: $A \leq_T B$ genau dann, wenn $A \in \mathsf{P}^B$ ist.

- Zeigen Sie, dass $\leq_T$ reflexiv und transitiv, also eine Quasi-Ordnung ist, und dass folgendes gilt: Ist $B \in \mathsf{P}$ und $A \leq_T B$, dann ist auch $A \in \mathsf{P}$. Turing-Reduktion ist also ein vernünftiger Reduktionsbegriff.
- Warum ist es trotzdem nicht sinnvoll, den Begriff der NP-Vollständigkeit mittels Turing-Reduktion zu definieren?
- Was ist die Klasse der Probleme A für die gilt $A \leq_T \mathsf{SAT}$? Für diese Klasse ist also SAT vollständig unter Turing-Reduktion.

Aufgabe H-6: Betrachten Sie das Problem Unique SAT:

Gegeben:	Formel F in KNF
Frage:	Gibt es für F *genau eine* erfüllende Variablenbelegung ?

Zeigen Sie, dass Unique SAT in DP ist.

Abgabe der Hausaufgaben bis zum 09.01.2018 über UniWorx.