Institut für Informatik
der Universität München
Dr. J. Johannsen

WS 2007/18

09. November 2017

Übungen zur Vorlesung
Komplexitätstheorie

Blatt 1

Aufgabe P-1: Zeigen Sie, dass die aus der Vorlesung bekannten Probleme VERTEX COVER und 3-FÄRBBARKEIT NP-vollständig sind, indem Sie 3-SAT darauf reduzieren.

Aufgabe P-2: Das Problem MAX-2-SAT ist definiert durch:

Gegeben:	Formel $F = C_1 \wedge \ldots \wedge C_m$ in 2-KNF, $k \leq m$.
Frage:	Gibt es eine Variablenbelegung α, so dass $\alpha(C_i) = 1$ für mindestens k der Klausel C_i gilt ?

1. Zeigen Sie, dass MAX-2-SAT NP-vollständig ist.
2. Zeigen Sie, dass Instanzen von MAX-2-SAT mit $k \leq \frac{3}{4}m$ einfach zu entscheiden sind.

Aufgabe P-3: In der Vorlesung wurde durch Diagonalisierung gezeigt, dass $\mathsf{P} \subsetneq \mathsf{E}$ gilt. Trennen Sie mit einem analogen Argument die Klassen E und EXP.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-1: Eine Formel F in KNF ist in KNF(k) für $k \in \mathbb{N}$, wenn jede Variable höchstens k mal in F vorkommt. SAT(k) ist das Erfüllbarkeitsproblem für Formeln in KNF(k).

Zeigen Sie, dass SAT(3) NP-vollständig ist, indem sie SAT darauf reduzieren.

Hinweis: Ersetzen Sie jedes Vorkommen einer Variable x durch eine eigene Variable, und sorgen Sie dafür, dass die verschiedenen Ersetzungen von x alle zueinander äquivalent sind.

Aufgabe H-2: In der Vorlesung wurde gezeigt: falls $\mathsf{P} = \mathsf{NP}$ gilt, so gilt auch $\mathsf{E} = \mathsf{NE}$. Die Technik, die im Beweis benutzt wurde, bezeichnet man als Padding.

Seien LIN und Q die Klassen von Entscheidungsproblemen, die von einer deterministischen Turingmaschine in Zeit $O(n)$ bzw. in Zeit $O(n^2)$ gelöt werden knnen. Seien NLIN und NQ die entsprechenden nichtdeterminstischen Klassen.

Zeigen Sie mit der Padding-Technik: Aus $\mathsf{LIN} = \mathsf{NLIN}$ folgt $\mathsf{Q} = \mathsf{NQ}$.

Abgabe der Hausaufgaben bis zum 23.11.2017 über UniWorx.