Institut für Informatik
der Universität München

Dr. J. Johannsen

WS 2010/11

11. November 2010

Übungen zur Vorlesung
Komplexitätstheorie

Blatt 2

Aufgabe P-4: Zeigen Sie, dass das Problem CLIQUE NP-vollständig ist:

Gegeben: Graph $G = (V, E)$, $k \in \mathbb{N}$
Frage: Enthält G eine Clique C der Grösse $|C| \geq k$?

Dabei ist eine Clique ein vollständiger Teilgraph, also eine Teilmenge $C \subseteq V$ mit $\forall u, v \in C : \{u, v\} \in E$.

Aufgabe P-5: Zeigen Sie, dass das aus der Vorlesung bekannte Problem 3-COLOR NP-vollständig ist, indem Sie 3-SAT darauf reduzieren.

Aufgabe P-6: Das Problem MAX-2-SAT ist definiert durch:

Gegeben: Formel $F = C_1 \wedge \ldots \wedge C_m$ in 2-KNF, $k \leq m$.
Frage: Gibt es eine Variablenbelegung α, so dass $\alpha(C_i) = 1$ für mindestens k der Klausel C_i gilt ?

1. Zeigen Sie, dass MAX-2-SAT NP-vollständig ist.
2. Zeigen Sie, dass Instanzen von MAX-2-SAT, in denen alle Klauseln genau 2 Literale haben, und mit $k \leq \frac{3}{4}m$ einfach zu entscheiden sind.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-3: Zeigen Sie, dass NP unter Durchschnitt und Vereinigung abgeschlossen ist, d.h. sind L und L' in NP, dann auch $L \cap L'$ und $L \cup L'$.

Aufgabe H-4: Die Klasse co-NP ist definiert durch $\{\bar{L}\ ;\ L \in \mathrm{NP}\}$, wobei $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$ das Komplement von L bezeiche. Die Begriffe co-NP-schwer und -vollständig sind analog zu den entsprechenden Begriffen für NP definiert.

1. Zeigen Sie dass L genau dann vollständig für co-NP ist, wenn $\bar{L}$ NP-vollständig ist.

2. Eine aussagenlogische Formel in DNF (disjunktiver Normalform) ist eine Disjunktion $F = T_1 \vee \ldots \vee T_m$ von *Termen* T_i. Ein Term ist eine Konjunktion $a_1 \wedge \ldots \wedge a_k$ von Literalen. Das Problem TAUT ist gegeben durch

Gegeben:	Formel F in DNF.
Frage:	Ist F eine Tautologie ?

   Eine Tautologie ist eine Formel, die unter *jeder* Variablenbelegung wahr ist.

   Zeigen Sie, dass TAUT co-NP-vollständig ist.

Abgabe der Hausaufgaben am 23.11.2010 in der Vorlesung.