

Charles Babbage und seine Rechenmaschinen

Laurent Pichler

30. November 2009

Charles Babbage

- Historische Hintergründe
- Die Differenzenmaschine
- Das Differenzenverfahren
- Features der Differenzenmaschine
- Die Analytische Maschine

Charles Babbage

- *1791, †1871
- Lebte zur Zeit der Industriellen Revolution
 - 1785 Vollmechanisierter Webstuhl
 - 1830 Aufkommen von Dampflokomotiven, öffentlicher Eisenbahn
 - Rasante Fortschritte in Brückenbau, Hausbau, Navigation, ...
- Babbages Erfindungen

Idee für Rechenmaschine

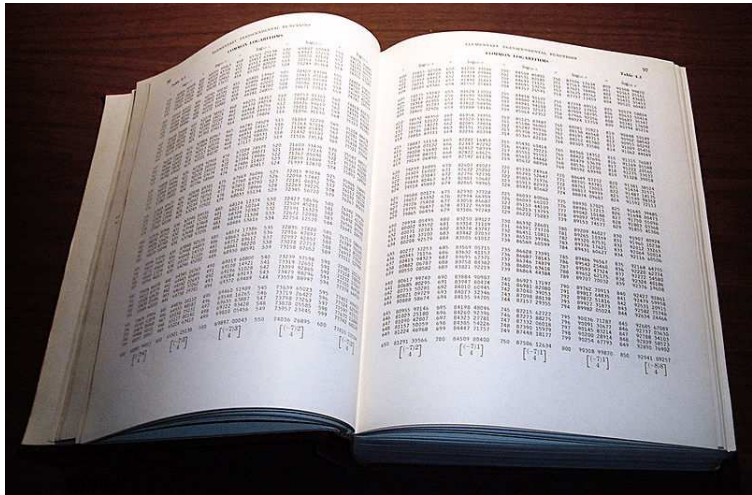


Abbildung: Wikipedia

Idee für Rechenmaschine

- Beteiligt an Erstellung von Tabellenwerken
 - Wichtig z.B. für Navigation auf See
- Alle Schritte der Erstellung sehr aufwändig und fehleranfällig
- Tausende Fehler in jedem Tabellenwerk
- Erstellungsweise von Tabellenwerken in mehreren Schritten

Ausspruch Babbages

"I wish by god these calculations had been executed by steam"

Ziele Babbages

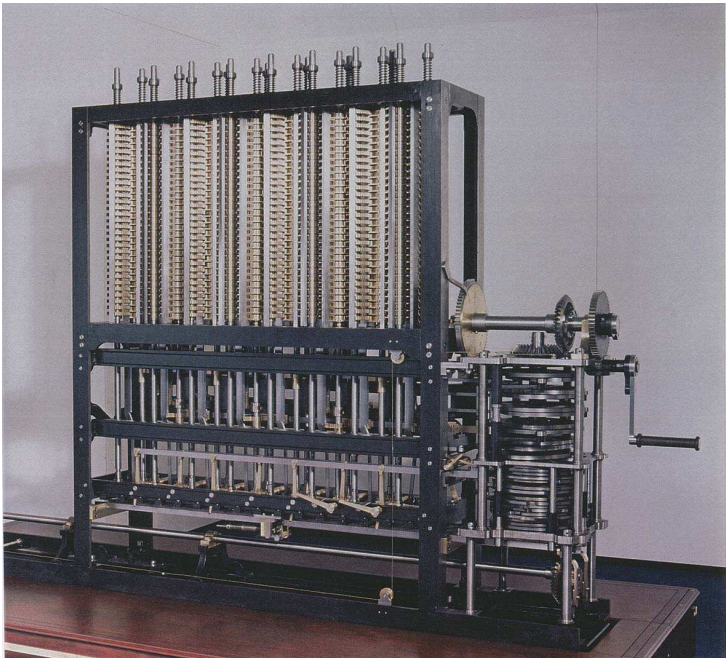
- Fehlerquellen:
 - Berechnung
 - Kopieren
 - Korrekturlesen
 - Satz
- Alle diese können durch Maschineneinsatz vermieden werden

Vorraussetzungen und Probleme

- Handwerkliches Können und technisches Verständnis
- Fehlen von Normen, automatisierten Verfahren – Teileherstellung teuer und langsam
- Jede Werkbank hatte ihre eigene Master-Schraube
- Nur ein Teilehersteller: Chefkonstrukteur Clement
- 11'000 Teile in 10 Jahren hergestellt
- Fehlen von Beschreibungssprachen für komplexe Systeme
 - Babbage's *Mechanical Notation*

Charles Babbage

- Historische Hintergründe
- Die Differenzenmaschine
- Das Differenzenverfahren
- Features der Differenzenmaschine
- Die Analytische Maschine



Die Differenzenmaschine

- 1821: Idee für Differenzenmaschine
- 1823: Beginn der Konstruktionsarbeit
- 1832: Funktionsfähiges Modell gebaut
- 1833: Ende der Konstruktionsarbeit
- 1842: Ende der Regierungsunterstützung

Die Differenzenmaschine

- Dezimalsystem
- Berechnung von Polynomen mit dem Newton'schen Differenzenverfahren
- Rückführung von Multiplikation auf Addition
- Ausgabe: Tabelle mit Funktionswerten
- Druckvorrichtung mit "Stereotypes" oder auf Papier

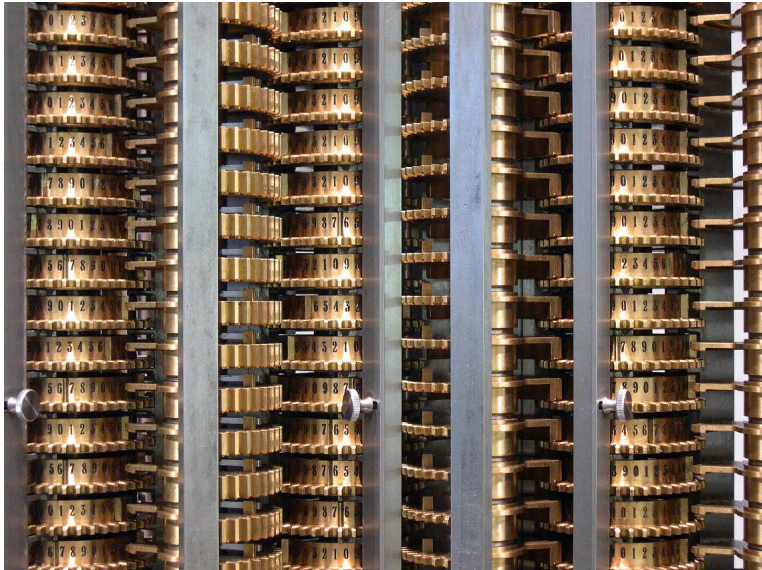


Abbildung: Wikipedia



Abbildung: Wikipedia

Charles Babbage

- Historische Hintergründe
- Die Differenzenmaschine
- Das Differenzenverfahren
- Features der Differenzenmaschine
- Die Analytische Maschine

Das Differenzenverfahren

- Berechnet Polynome vom Grad n
- Gesucht: Werte von

$$f(x) = x^3$$

Theorem

Die n -te Differenz eines Polynoms von Grad n ist konstant und alle folgenden Differenzen sind gleich Null.

- Benötigt nur Speicher von n Zahlen, um alle Funktionswerte berechnen zu können
- 31-stellige Zahlen, 7 Differenzenspalten

Das Differenzenverfahren

- Berechnet Polynome vom Grad n
- Gesucht: Werte von

$$f(x) = x^3$$

Theorem

Die n -te Differenz eines Polynoms von Grad n ist konstant und alle folgenden Differenzen sind gleich Null.

- Benötigt nur Speicher von n Zahlen, um alle Funktionswerte berechnen zu können
- 31-stellige Zahlen, 7 Differenzenspalten

Das Differenzenverfahren

- Algorithmus:

x	x^3	$\text{diff1}(x) = f(x+1) - f(x)$	$\text{diff2}(x) = \text{diff1}(x+1) - \text{diff1}(x)$	$\text{diff3}(x) = \text{diff2}(x+1) - \text{diff2}(x)$
1	1	$8-1 = 7$	$19-7 = 12$	$18-12 = 6$
2	8	19	18	6
3	27	37	24	6
4	64	61	30	6

- Jeder berechnete Wert ist vom Vorgänger abhängig - Einfache Überprüfung auf Korrektheit

Das Differenzenverfahren

- Algorithmus:

x	x^3	$\text{diff}1(x) = f(x+1) - f(x)$	$\text{diff}2(x) = \text{diff}1(x+1) - \text{diff}1(x)$	$\text{diff}3(x) = \text{diff}2(x+1) - \text{diff}2(x)$
1	1	$8-1 = 7$	$19-7 = 12$	$18-12 = 6$
2	8	19	18	6
3	27	37	24	6
4	64	61	30	6

- Jeder berechnete Wert ist vom Vorgänger abhängig - Einfache Überprüfung auf Korrektheit

Das Differenzenverfahren

- Algorithmus:

x	x^3	$\text{diff } 1(x) = f(x+1) - f(x)$	$\text{diff } 2(x) = \text{diff } 1(x+1) - \text{diff } 1(x)$	$\text{diff } 3(x) = \text{diff } 2(x+1) - \text{diff } 2(x)$
1	1	$8-1 = 7$	$19-7 = 12$	$18-12 = 6$
2	8	19	18	6
3	27	37	24	6
4	64	61	30	6

- Jeder berechnete Wert ist vom Vorgänger abhängig - Einfache Überprüfung auf Korrektheit

Charles Babbage

- Historische Hintergründe
- Die Differenzenmaschine
- Das Differenzenverfahren
- Features der Differenzenmaschine
- Die Analytische Maschine

Pipelining

- Spalten werden von rechts nach links zueinander addiert
- Nacheinander addieren sehr langsam, Maschine zum größten Teil zu jedem Zeitpunkt ungenutzt
- Differenzenmaschine verwendet Pipelining
- Zyklus:
 - a) Die ungeraden Spalten werden zu den geraden addiert
 - b) Die geraden Spalten werden zu den ungeraden addiert
 - (von rechts nach links)

Pipelining

- Spalten werden von rechts nach links zueinander addiert
- Nacheinander addieren sehr langsam, Maschine zum größten Teil zu jedem Zeitpunkt ungenutzt
- Differenzenmaschine verwendet Pipelining
- Zyklus:
 - a) Die ungeraden Spalten werden zu den geraden addiert
 - b) Die geraden Spalten werden zu den ungeraden addiert
 - (von rechts nach links)

Successive Carry

- Was passiert nun wenn eines der Räder die 10 erreicht?
- ein Schalter wird gesetzt - das "Carry Bit"
- Addition wird damit zeitlich von Carry entkoppelt
- Spiralförmige Anordnung der Welle - Carry wird von unten nach oben durchgeführt

Successive Carry

- Was passiert nun wenn eines der Räder die 10 erreicht?
- ein Schalter wird gesetzt - das "Carry Bit"
- Addition wird damit zeitlich von Carry entkoppelt
- Spiralförmige Anordnung der Welle - Carry wird von unten nach oben durchgeführt

Successive Carry

- Was passiert nun wenn eines der Räder die 10 erreicht?
- ein Schalter wird gesetzt - das "Carry Bit"
- Addition wird damit zeitlich von Carry entkoppelt
- Spiralförmige Anordnung der Welle - Carry wird von unten nach oben durchgeführt

Successive Carry

- Was passiert nun wenn eines der Räder die 10 erreicht?
- ein Schalter wird gesetzt - das "Carry Bit"
- Addition wird damit zeitlich von Carry entkoppelt
- Spiralförmige Anordnung der Welle - Carry wird von unten nach oben durchgeführt

Approximation der Logarithmusfunktion

- Problem: Es sollen auch nicht-polynomiale Funktionen berechnet werden
- Alle Glatten Funktionen können mit Polynomen approximiert werden
 - Logarithmus
 - Sinus
 - Cosinus
 - ...
- Dies ist jedoch nur über ein begrenztes Intervall mit guter Genauigkeit möglich
- Curve Fitting: Man finde ein Polynom, dass die zu berechnende Funktion in einem bestimmten Bereich nachbildet
- DM: Platz für 7 Koeffizienten mit je 31 Stellen, also Polynom 7. Grades

Approximation der Logarithmusfunktion

- Problem: Es sollen auch nicht-polynomiale Funktionen berechnet werden
- Alle Glatten Funktionen können mit Polynomen approximiert werden
 - Logarithmus
 - Sinus
 - Cosinus
 - ...
- Dies ist jedoch nur über ein begrenztes Intervall mit guter Genauigkeit möglich
- Curve Fitting: Man finde ein Polynom, dass die zu berechnende Funktion in einem bestimmten Bereich nachbildet
- DM: Platz für 7 Koeffizienten mit je 31 Stellen, also Polynom 7. Grades

Approximation der Logarithmusfunktion

- Problem: Es sollen auch nicht-polynomiale Funktionen berechnet werden
- Alle Glatten Funktionen können mit Polynomen approximiert werden
 - Logarithmus
 - Sinus
 - Cosinus
 - ...
- Dies ist jedoch nur über ein begrenztes Intervall mit guter Genauigkeit möglich
- Curve Fitting: Man finde ein Polynom, dass die zu berechnende Funktion in einem bestimmten Bereich nachbildet
- DM: Platz für 7 Koeffizienten mit je 31 Stellen, also Polynom 7. Grades

Approximation der Logarithmusfunktion

- Problem: Es sollen auch nicht-polynomiale Funktionen berechnet werden
- Alle Glatten Funktionen können mit Polynomen approximiert werden
 - Logarithmus
 - Sinus
 - Cosinus
 - ...
- Dies ist jedoch nur über ein begrenztes Intervall mit guter Genauigkeit möglich
- Curve Fitting: Man finde ein Polynom, dass die zu berechnende Funktion in einem bestimmten Bereich nachbildet
- DM: Platz für 7 Koeffizienten mit je 31 Stellen, also Polynom 7. Grades

Approximation der Logarithmusfunktion

- Problem: Es sollen auch nicht-polynomiale Funktionen berechnet werden
- Alle Glatten Funktionen können mit Polynomen approximiert werden
 - Logarithmus
 - Sinus
 - Cosinus
 - ...
- Dies ist jedoch nur über ein begrenztes Intervall mit guter Genauigkeit möglich
- Curve Fitting: Man finde ein Polynom, dass die zu berechnende Funktion in einem bestimmten Bereich nachbildet
- DM: Platz für 7 Koeffizienten mit je 31 Stellen, also Polynom 7. Grades

Curve Fitting

```
> plot (log[2](x), x = 2 .. 15);
```

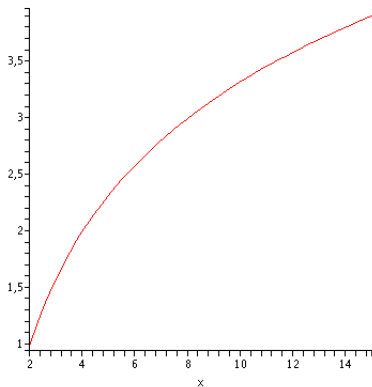
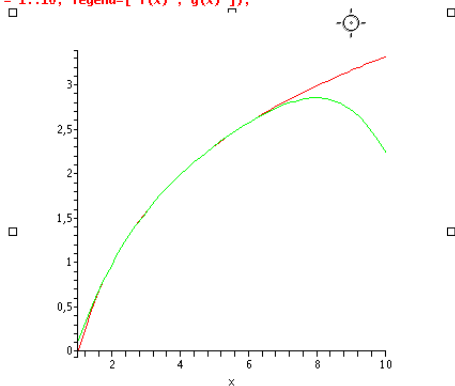


Abbildung: Zweierlogarithmus für $x=1..15$

Curve Fitting

```
> CurveFitting[Interactive]();  
      -0.001774994958 x4 + 0.03765252858 x3 - 1.199961774 - 0.3262105345 x2 + 1.615991801 x  
=  
> CurveFitting[Interactive]();  
=  
> f(x):= log[2](x);  
      f(x) :=  $\frac{\ln(x)}{\ln(2)}$   
=  
> g(x):= -.1774994958e-2*x^4+.3765252858e-1*x^3-1.199961774-.3262105345*x^2+1.615991801*x  
      ;  
      g(x) := -0.001774994958 x4 + 0.03765252858 x3 - 1.199961774 - 0.3262105345 x2 + 1.615991801 x  
=  
> plot([f(x), g(x)], x = 1..10, legend=["f(x)", "g(x)"]);
```



Charles Babbage

- Historische Hintergründe
- Die Differenzenmaschine
- Das Differenzenverfahren
- Features der Differenzenmaschine
- Die Analytische Maschine

Die Analytische Maschine

- **Bau von vornherein abgelehnt**
- Entwicklungsbeginn 1834
- Zehnersystem
- Programmierung über Lochkarten ("Jacquardkarten", Webmusterkarten)
- Programmiersprache Assemblerähnlich
- Peripheriegeräte: Plotter, Drucker, Lochkartenschreiber

Die Analytische Maschine

- Bau von vornherein abgelehnt
- Entwicklungsbeginn 1834
- Zehnersystem
- Programmierung über Lochkarten (“Jacquardkarten”, Webmusterkarten)
- Programmiersprache Assemblerähnlich
- Peripheriegeräte: Plotter, Drucker, Lochkartenschreiber

Die Analytische Maschine

- Bau von vornherein abgelehnt
- Entwicklungsbeginn 1834
- Zehnersystem
- Programmierung über Lochkarten (“Jacquardkarten”, Webmusterkarten)
- Programmiersprache Assemblerähnlich
- Peripheriegeräte: Plotter, Drucker, Lochkartenschreiber

Die Analytische Maschine

- Bau von vornherein abgelehnt
- Entwicklungsbeginn 1834
- Zehnersystem
- Programmierung über Lochkarten (“Jacquardkarten”, Webmusterkarten)
- Programmiersprache Assemblerähnlich
- Peripheriegeräte: Plotter, Drucker, Lochkartenschreiber

Die Analytische Maschine

- Bau von vornherein abgelehnt
- Entwicklungsbeginn 1834
- Zehnersystem
- Programmierung über Lochkarten (“Jacquardkarten”, Webmusterkarten)
- Programmiersprache Assemblerähnlich
- Peripheriegeräte: Plotter, Drucker, Lochkartenschreiber

Die Analytische Maschine

- Bau von vornherein abgelehnt
- Entwicklungsbeginn 1834
- Zehnersystem
- Programmierung über Lochkarten (“Jacquardkarten”, Webmusterkarten)
- Programmiersprache Assemblerähnlich
- Peripheriegeräte: Plotter, Drucker, Lochkartenschreiber

Die Analytische Maschine

- Store (Speicher): 1000 Spalten mit jeweils 50 Zahlenrädern
 - Also Zahlen mit 50-stelliger Genauigkeit darstellbar
- Mill (Rechenwerk): Getrennt davon
- Geplante Abmessungen: Allein die Mill sollte 4,5 Meter hoch sein und 1,8 Meter Durchmesser haben
- Store bei 1000 fünfzigstelligen Zahlen: 30 Meter lang
- Einstiegsmodell immer noch Gewicht und Größe "einer kleinen Lokomotive"

Die Analytische Maschine

- Store (Speicher): 1000 Spalten mit jeweils 50 Zahlenrädern
 - Also Zahlen mit 50-stelliger Genauigkeit darstellbar
- Mill (Rechenwerk): Getrennt davon
- Geplante Abmessungen: Allein die Mill sollte 4,5 Meter hoch sein und 1,8 Meter Durchmesser haben
- Store bei 1000 fünfzigstelligen Zahlen: 30 Meter lang
- Einstiegsmodell immer noch Gewicht und Größe "einer kleinen Lokomotive"

Die Analytische Maschine

- Store (Speicher): 1000 Spalten mit jeweils 50 Zahlenrädern
 - Also Zahlen mit 50-stelliger Genauigkeit darstellbar
- Mill (Rechenwerk): Getrennt davon
- Geplante Abmessungen: Allein die Mill sollte 4,5 Meter hoch sein und 1,8 Meter Durchmesser haben
- Store bei 1000 fünfzigstelligen Zahlen: 30 Meter lang
- Einstiegsmodell immer noch Gewicht und Größe "einer kleinen Lokomotive"

Die Analytische Maschine

- Store (Speicher): 1000 Spalten mit jeweils 50 Zahlenrädern
 - Also Zahlen mit 50-stelliger Genauigkeit darstellbar
- Mill (Rechenwerk): Getrennt davon
- Geplante Abmessungen: Allein die Mill sollte 4,5 Meter hoch sein und 1,8 Meter Durchmesser haben
- Store bei 1000 fünfzigstelligen Zahlen: 30 Meter lang
- Einstiegsmodell immer noch Gewicht und Größe "einer kleinen Lokomotive"

Die Analytische Maschine

- Store (Speicher): 1000 Spalten mit jeweils 50 Zahlenrädern
 - Also Zahlen mit 50-stelliger Genauigkeit darstellbar
- Mill (Rechenwerk): Getrennt davon
- Geplante Abmessungen: Allein die Mill sollte 4,5 Meter hoch sein und 1,8 Meter Durchmesser haben
- Store bei 1000 fünfzigstelligen Zahlen: 30 Meter lang
- Einstiegsmodell immer noch Gewicht und Größe "einer kleinen Lokomotive"

Die Analytische Maschine

- Store (Speicher): 1000 Spalten mit jeweils 50 Zahlenrädern
 - Also Zahlen mit 50-stelliger Genauigkeit darstellbar
- Mill (Rechenwerk): Getrennt davon
- Geplante Abmessungen: Allein die Mill sollte 4,5 Meter hoch sein und 1,8 Meter Durchmesser haben
- Store bei 1000 fünfzigstelligen Zahlen: 30 Meter lang
- Einstiegsmodell immer noch Gewicht und Größe “einer kleinen Lokomotive”

- Operation Cards
 - Repräsentieren arithmetische Operatoren: +, -, ...
 - Jede OC wird mit zwei Number Cards und einer Variable Card kombiniert
- Number Cards
 - Repräsentieren Zahlen
- Variable Cards
 - Repräsentieren Speicheradressen
- Combinatorial Cards
 - Repräsentieren Bedingte Sprünge zu mit Index Cards markiertem Code
- Index Cards
- Action Cards
- Comment Cards
- Curve Drawing Cards
- Attendant Request Cards
- ...

- Operation Cards
 - Repräsentieren arithmetische Operatoren: +, -, ...
 - Jede OC wird mit zwei Number Cards und einer Variable Card kombiniert
- Number Cards
 - Repräsentieren Zahlen
- Variable Cards
 - Repräsentieren Speicheradressen
- Combinatorial Cards
 - Repräsentieren Bedingte Sprünge zu mit Index Cards markiertem Code
- Index Cards
- Action Cards
- Comment Cards
- Curve Drawing Cards
- Attendant Request Cards
- ...

- Operation Cards
 - Repräsentieren arithmetische Operatoren: +, -, ...
 - Jede OC wird mit zwei Number Cards und einer Variable Card kombiniert
- Number Cards
 - Repräsentieren Zahlen
- Variable Cards
 - Repräsentieren Speicheradressen
- Combinatorial Cards
 - Repräsentieren Bedingte Sprünge zu mit Index Cards markiertem Code
- Index Cards
- Action Cards
- Comment Cards
- Curve Drawing Cards
- Attendant Request Cards
- ...

- Möglichkeit, für eine Rechnung erforderliche Werte anzufordern und per Number Cards einzulesen, mit Error Checking

- Problem des Zehnerübertrags: Carry bei vielstelligen Zahlen wegen zu großer Kraftbeanspruchung der Komponenten eigentlich unmöglich
- Successive Carry
 - Zehnerübertrag extrem langsam
- Lösung: Anticipating Carry
- Entspricht dem “Carry-Lookahead-Prinzip”

- Problem des Zehnerübertrags: Carry bei vielstelligen Zahlen wegen zu großer Kraftbeanspruchung der Komponenten eigentlich unmöglich
- Successive Carry
 - Zehnerübertrag extrem langsam
- Lösung: Anticipating Carry
- Entspricht dem “Carry-Lookahead-Prinzip”

- Problem des Zehnerübertrags: Carry bei vielstelligen Zahlen wegen zu großer Kraftbeanspruchung der Komponenten eigentlich unmöglich
- Successive Carry
 - Zehnerübertrag extrem langsam
- Lösung: Anticipating Carry
- Entspricht dem “Carry-Lookahead-Prinzip”

- Blockierung der Maschine
- Räder-Locking
 - Pulse-Shaping
- Viele Vorrichtungen gegen Manipulation von außen
 - Fehlerfreiheit der Berechnungen oberstes Ziel

Vergleich mit modernen Rechnern

- Babbage nahm zentrale Aspekte der Von-Neumann-Architektur vorweg

Von-Neumann-Rechner	Analytical Engine
ALU	Mill
Control Unit	Barrels
I/O Unit	Lochkartenleser/-schreiber

- Mikrokode

Vergleich mit anderen Rechnern

- Geschwindigkeit der AE:
- 60 Additionen oder Subtraktionen pro Minute oder
- eine Multiplikation zweier 50-stelliger Zahlen oder
- eine Division einer 100-stelligen Zahl durch eine 50-stellige

- Z3 (1941): Addition 0,8 Sekunden (22 bit)
- ENIAC (1946): Addition 1/5000 Sekunden (10-Stellige Dezimalzahlen)

- Hyman, Anthony – “Charles Babbage”. Biographie Babbages.
- Swade, Doron – “The Difference Engine”. Sehr gute Darstellung zu Babbages Maschinen und ihrer Entstehungsgeschichte.
- Babbage, Charles – “Passagen aus einem Philosophenleben”. Autobiographie Babbages
- <http://ed-thelen.org/bab/bab-intro.html> – Beschreibung zu den Prinzipien der Difference Engine.
- <http://www.satyam.com.ar/Babbage/en/> – Technische Beschreibung der Difference Engine.
- <http://www.fourmilab.ch/babbage/contents.html> – Beschreibungen zur Analytical Engine.