

Aufgabe 11-4.

- a) $\tau = (\text{int} \xrightarrow{\Pi} \alpha) \xrightarrow{\Pi \cup \{!A, A:=\}} \alpha$, $\varpi = \{\text{ref } A\}$ für einen beliebigen Typ α und eine beliebige Effektannotation Π .
- b) $\tau = (\text{int} \xrightarrow{\{!A\}} \text{int})$, $\varpi = \{\text{ref } A, !A, A:=\}$
- c) $\tau = (\text{int} \xrightarrow{\{!A, !B, A:=, B:=\}} \text{int})$, $\varpi = \{!A, !B, A:=, B:=\}$

Herleitung für Aufgabenteil a):

$$\begin{array}{c}
 \text{(Con)} \frac{}{\emptyset \vdash 0 : \text{int} \& \emptyset} \quad \text{(App)} \frac{\text{(Var)} \frac{}{\Gamma \vdash f : (\text{int} \xrightarrow{\Pi} \alpha) \& \emptyset} \quad \text{(Fn)} \frac{\Gamma \vdash f (x := !x + 1) : \alpha \& \Pi \cup \{!A, A:=\}}{[x \mapsto \text{ref}_{\{A\}} \text{int}] \vdash \text{fn}_\pi f \Rightarrow (f (x := !x + 1)) : (\text{int} \xrightarrow{\Pi} \alpha) \xrightarrow{\Pi \cup \{!A, A:=\}} \alpha \& \emptyset}}{\emptyset \vdash \text{let } x = \text{ref}_A 0 \text{ in fn}_\pi f \Rightarrow (f (x := !x + 1)) : (\text{int} \xrightarrow{\Pi} \alpha) \xrightarrow{\Pi \cup \{!A, A:=\}} \alpha \& \{\text{ref } A\}} \\
 \text{(Ref)} \frac{}{\emptyset \vdash \text{ref}_A 0 : \text{ref}_{\{A\}} \text{int} \& \{\text{ref } A\}} \quad \text{(Ass)} \frac{\text{(Sub)} \frac{}{\Gamma \vdash x : \text{ref}_{\{A\}} \text{int} \& \{!A\}} \quad \text{(Op)} \frac{\text{(Deref)} \frac{\text{(Var)} \frac{}{\Gamma \vdash x : \text{ref}_{\{A\}} \text{int} \& \emptyset} \quad \text{(Con)} \frac{}{\Gamma \vdash 1 : \text{int} \& \emptyset}}{\Gamma \vdash !x : \text{int} \& \{!A\}} \quad \text{(Sub)} \frac{}{\Gamma \vdash 1 : \text{int} \& \{!A\}}}{\Gamma \vdash !x + 1 : \text{int} \& \{!A\}}}{\Gamma \vdash x := !x + 1 : \text{int} \& \{!A, A:=\}}
 \end{array}$$

Hierbei ist Γ eine Abkürzung für $[x \mapsto \text{ref}_{\{A\}} \text{int}, f \mapsto (\text{int} \xrightarrow{\Pi} \alpha)]$.