

## Formale Sprachen und Komplexität

### Blatt 6

**Aufgabe 6-1.** Gegeben sei ein Kellerautomat  $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#)$  mit  $Z = \{z_0\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $\Gamma = \{P, M, \#\}$  sowie:

$$\begin{aligned}\delta(z_0, a, \#) &= \{(z_0, P\#)\} \\ \delta(z_0, a, P) &= \{(z_0, PP)\} \\ \delta(z_0, a, M) &= \{(z_0, \varepsilon)\} \\ \delta(z_0, b, \#) &= \{(z_0, M\#)\} \\ \delta(z_0, b, P) &= \{(z_0, \varepsilon)\} \\ \delta(z_0, b, M) &= \{(z_0, MM)\} \\ \delta(z_0, \varepsilon, \#) &= \{(z_0, \varepsilon)\} \\ \delta(z_0, \varepsilon, P) &= \{(z_0, \varepsilon)\} \\ \delta(z_0, \varepsilon, M) &= \emptyset\end{aligned}$$

- a) Es gilt  $abab \in L(M)$  und  $baa \in L(M)$ , aber  $bba$  ist nicht in  $L(M)$ . Geben Sie für die Wörter  $aaba$  und  $baa$  jeweils einen Lauf an, der bezeugt, dass das Wort von  $M$  akzeptiert wird. Geben Sie den Lauf als Folge von Konfigurationen an (mit konkreten  $z_i, w_i$  und  $\gamma_i$ ):

$$(z_0, abab, \#) \vdash (z_1, w_1, \gamma_1) \vdash (z_2, w_2, \gamma_2) \vdash \dots$$

- b) Beschreiben Sie die Sprache des Kellerautomaten  $M$ .

**Aufgabe 6-2. (3 Punkte)** Geben Sie für die kontextfreie Grammatik  $G = (\{S, T, U\}, \{a, b\}, P, S)$  mit untenstehender Produktionsmenge einen Kellerautomaten  $M$  mit  $L(M) = L(G)$  an. Benutzen Sie das in der Vorlesung vorgestellte Verfahren, um den Automaten aus der Grammatik zu gewinnen.

$$\begin{aligned}P &= \{S \rightarrow b \mid bb \mid aTU, \\ &T \rightarrow aTT \mid Ub, \\ &U \rightarrow TaU \mid aa\}.\end{aligned}$$

**Aufgabe 6-3.** Geben Sie Kellerautomaten für folgende Sprachen an:

- $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält genau so viele } as \text{ wie } bs\}$
- $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält doppelt so viele } as \text{ wie } bs\}$
- $L_3 = \{w c w^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ . Hierbei bezeichnet  $w^R$  die Umkehrung des Worts  $w$ , z.B.  $(abb)^R = bba$ . Es soll also zum Beispiel  $abbc bba \in L_3$  gelten, aber auch  $bca \notin L_3$  und  $aa \notin L_3$ .
- Die Sprache der arithmetischen Ausdrücke aus Aufgabe 1-2.

**Abgabe:** Sie können ihre Lösungen bis Freitag, den 17.06., um 18:00 Uhr im Abgabekasten in der Theresienstraße oder über UniWorX abgeben. In UniWorX werden Dateien im `txt`-Format (reiner Text) oder im `pdf`-Format akzeptiert.